

1.7.2

$\mathbb{Z}[\alpha]$ は $S = \{1, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4}\}$ を生成系に \mathbb{Z} 上の有限生成 \mathbb{Z} -加群である。

1.2

$$\alpha \cdot 1 = 0 \cdot 1 - 3 \cdot \sqrt[3]{2} + 1 \cdot \sqrt[3]{4}$$

$$\alpha \cdot \sqrt[3]{2} = 2 \cdot 1 + 0 \cdot \sqrt[3]{2} - 3 \cdot \sqrt[3]{4}$$

1/

$$\alpha \cdot \sqrt[3]{4} = -6 \cdot 1 + 2 \cdot \sqrt[3]{2} + 0 \cdot \sqrt[3]{4}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ -6 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \text{Mat}_3(\mathbb{Z})$$

$$\det(P - tE) = \begin{vmatrix} -t & -3 & 1 \\ 2 & -t & -3 \\ -6 & 2 & -t \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -t & -3 & 1 \\ 2-3t & -t-9 & 0 \\ -6-t^2 & 2-3t & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2-3t & -t-9 \\ -6-t^2 & 2-3t \end{vmatrix}$$

$$= (2-3t)^2 - (t+9)(t^2+6)$$

$$= 9t^2 - 12t + 4 - (t^3 + 6t^2 + 9t^2 + 54t)$$

$$= -t^3 - 18t - 50$$

1.1

求めるべき式は

$$t^3 + 18t + 50$$