

$\boxed{2.1.1}$ (1) $2 \cdot 3 = 1 \quad //$ $2^{-1} = 3$
 $3 \cdot 2 = 1 \quad //$ $3^{-1} = 2$
 $4 \cdot 4 = 1 \quad //$ $4^{-1} = 4$

(2) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 2 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
 $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
 $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
 $\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(3) (2) $//$ $x = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_5 \end{pmatrix}$ $\in \mathbb{F}_5$

$AX = 0 \quad //$

$\begin{cases} \lambda_1 & +3\lambda_4 + 3\lambda_5 = 0 \\ \lambda_2 & +\lambda_4 + 2\lambda_5 = 0 \\ \lambda_3 + \lambda_4 & = 0 \end{cases}$

for 求める解は

$x = \begin{pmatrix} 2s + 2t \\ 4s + 3t \\ 4s \\ s \\ t \end{pmatrix} \quad (s, t \in \mathbb{F}_5)$

(4) (1) ~ (3) にあて $\lambda_5 = -1$ の x を求める

$x = \begin{pmatrix} 2s + 3 \\ 4s + 2 \\ 4s \\ s \end{pmatrix} \quad (s \in \mathbb{F}_5)$