

4.1.6 P147. 定理3の証明と同様に示す

\mathbb{R}^n の部分集合 N_1, N_2 に対し.

$$N_1 \supset N_2 \Rightarrow N_1^a \supset N_2^a \quad \text{を示す.}$$

$$N_1 \supset N_2 \iff N_1^c \subset N_2^c \quad \text{より. (P17.2.15)}$$

よって N_1 と N_2 は 開集合 となるので. P147. 定理3の証明から

$$N_1^c \subset N_2^c \Rightarrow N_1^{ci} \subset N_2^{ci}$$

P144. (1.6) より

$$\iff N_1^{ac} \subset N_2^{ac}$$

$$\iff N_1^a \supset N_2^a$$

さらに $N_1 \supset N_2 \Rightarrow N_1^a \supset N_2^a$ が成り立つ.

N と M を含む任意の開集合をとり $N = N^a$ と $N \supset M$

先ほど証明したことをより $N = N^a \supset M^a$

したがって

題意は示された.