

5.1.16

$a, b \in B(x; \varepsilon)$ $\varepsilon > 0$ $|a - x| < \varepsilon, |b - x| < \varepsilon$
 $P \in \overline{ab} \Rightarrow \exists t \quad P = (1-t)a + tb \quad (0 \leq t \leq 1)$ \Rightarrow 線分 ab の上

$$\begin{aligned} & |P - x| \\ &= |(1-t)a + tb - x| \\ &= |(1-t)a + tb - (1-t)x - tx| \\ &= |(1-t)(a-x) + t(b-x)| \\ &\leq (1-t)|a-x| + t|b-x| \\ &< (1-t)\varepsilon + t\varepsilon \\ &= \varepsilon \end{aligned}$$

\times \Rightarrow 角不等式
 $0 \leq t \leq 1$

よって

$$|P - x| < \varepsilon \quad \forall P \in \overline{ab}$$

$$P \in B(x; \varepsilon) \quad \forall P \in \overline{ab}$$

$$\overline{ab} \subset B(x; \varepsilon)$$

(7.1.16)

題意は示された。