

4.2.6

(b) \rightarrow (c) \rightarrow (a) の順に解く。(解法が正しい順)

(b)

$$\begin{aligned} \phi &= M \cap M^c \\ &= M \cap M^a \cap M^{cc} \\ &= M \cap M^{cc} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (M^{cc})^c \supset M$$

$$\Leftrightarrow M^c \supset M$$

$$\Leftrightarrow M^c = M$$

$$\Leftrightarrow M \text{ は 閉 集 合}$$

演習 1.2.2 参照

$$\Rightarrow M^c \subset M$$

(c)

$$M^c \subset M$$

$$\Leftrightarrow M^c \cup M = M$$

$$(M^a \cap M^{cc}) \cup M = M$$

$$(M^a \cup M) \cap (M^{cc} \cup M) = M$$

$$M^a \cap (M^{cc} \cup M) = M$$

$$M^a \cap S = M$$

$$M^a = M$$

$$M^a \supset M \text{ より}$$

$$M \supset (M^{cc})^c \text{ より}$$

[演習 1.2.1 の応用]

閉集合に対して $\tau \in \mathcal{T}$ 同様に

(a)

補題

[証明 A]

f.2

補題を用いて

$$(M \cap N)^a \subset M^a \cap N^a$$

$$M \cap N \subset M, M \cap N \subset N \text{ より } (M \cap N)^a \subset M^a, (M \cap N)^a \subset N^a$$

$$(M \cap N)^a \subset M^a \cap N^a$$

$$M^{fa} = (M^a \cap M^{ca})^a$$

$$\subset M^a \cap M^{ca}$$

$$(M^a \cap M^{ca})^a \supset M^a \cap M^{ca} \text{ は 閉 包 の 定 義 11 明 示 5.1.2}$$

$$M^{fa} = M^f \text{ と 示 せ ば 分 る 反 例 } [a, b] [b, c]$$

$$M^f \text{ は 閉 集 合}$$

(f.2)

~~この補題は使えない~~~~M は 閉 集 合~~ ~~$\Rightarrow M^f$~~

$$M^c \cup N^c = (M \cup N)^c$$

が 成 立 する

f.2.1. ~~証明~~

$$M^c \cup N^c \supset (M \cup N)^c$$

成 立 する

$$M^c \cup N^c = [a, c] - \{b\}$$

$$(M \cup N)^c = [a, c]$$

と 示 せ ば 分 る