

4.2.3

問題の対偶を証明

$$x \notin M \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\Leftrightarrow x \in O \text{ となる 開集合 } O \text{ が存在して } O \cap M = \emptyset$$

$$\Leftrightarrow \quad \quad \quad O^c \supset M$$

$$\Leftrightarrow x \notin A \text{ となる 閉集合 } A \text{ が存在して } A \supset M \quad \dots \textcircled{2}$$

を示せばいい。

$$\text{まず } \textcircled{2} \Rightarrow \textcircled{1} \text{ になる。 } A \in \mathcal{C}, M \subset A \text{ より } \bar{M} \subset A$$

$$\text{よって } x \in \bar{M} \text{ ならば } x \notin A \text{ に矛盾する。 } x \notin \bar{M} \text{ となる。}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \textcircled{2} \text{ になる。 例えは } A \text{ と } M \text{ とをればいい。}$$

よって

題意は示された。