

1.4.10

(a) に示す.

$g \circ f$  が全射より  $\forall c \in C, \exists a \in A, g \circ f(a) = c$

よって

$$g(f(a)) = c \text{ である.}$$

これは  $C$  の任意の元  $c$  に対して、 $B$  のある元  $f(a)$  が存在するを示している.

よって

$g$  は全射.

(b) に示す.

$g \circ f$  が単射より

$a, a' \in C$  に示す.

$$g \circ f(a) = g \circ f(a') \Rightarrow a = a' \quad \textcircled{1}$$

よって

$f(a) = f(a')$  であり、両辺に写像  $g$  を適用して

$$g \circ f(a) = g \circ f(a') \text{ となり、} \textcircled{1} \text{ より } a = a'$$

よって

$f$  は単射である.