

4.6.5

(1)  $x^{-1} = x^6, y^{-1} = y^2$  あり。  $G$  の元は  $x$  と  $y$  のみで、  $x^{-1}, y^{-1}$  は現れない

語で表され、  $yx = x^2y$  あり  $y$  の右に  $x$  があれば、  $y$  の左に  $x$  があつた書き換えが可能。

よって  $G$  の元は  $x^i y^j$  ( $i, j \in \mathbb{Z}$ ) とおけるが  $x^7 = 1, y^3 = 1$  あり

$x^i y^j$  ( $i = 0, 1, \dots, 6, j = 0, 1, 2$ ) とおける。

11: したがって 題意 (7) は正しい。

(2)  $\sigma = (12 \dots 7), \tau = (235)(476)$  とおくと  $\sigma^7 = \tau^3 = 1$  であり

$$\tau \sigma \tau^{-1} = (1357246)$$

$$= \sigma^2 \quad \text{あり} \quad \text{題意が示せる。}$$

(3) (1) あり  $|G| \leq 21$  あり。  $P12$  命題 4.6.5 あり  $|G| \geq 21$  あり。したがって

$$|G| = 21 \text{ である。}$$

※ この場合 命題 4.6.5 は  $G \rightarrow \langle \sigma, \tau \rangle$  のために  $G$  の自体でいえる

$\langle \sigma, \tau \rangle$  自体に適用 (7) に注意