

2. (0.3)

$$X \in G \text{ に対し}$$

$$X = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \quad ((\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}, \lambda_1, \lambda_2 \neq 0) \text{ に対し})$$

$$\text{f.t. 写像 } \phi: X \rightarrow \mathbb{R}^\times \text{ を } \phi(X) = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \text{ と定める.}$$

以下の如く:  $\phi$  は 全射で同型.

$$\text{f.t. } X, Y \in G \text{ に対し } \left( Y = \begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2 \\ 0 & \mu_3 \end{pmatrix} \quad \mu_1, \mu_2, \mu_3 \in \mathbb{R}, \mu_1, \mu_2 \neq 0 \right)$$

$$XY = \begin{pmatrix} \lambda_1 \mu_1 & \lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_3 \\ 0 & \lambda_3 \mu_3 \end{pmatrix} \quad \text{と計算する}$$

$$\phi(XY) = \frac{\lambda_1 \mu_1}{\lambda_3 \mu_3} = \phi(X) \phi(Y) \text{ となり } \phi \text{ は 準同型 である.}$$

$$\begin{aligned} \text{f.t. } \ker \phi &= \{ X \in G \mid \phi(X) = 1 \} \\ &= \{ X \in G \mid \lambda_1 = \lambda_3 \} \\ &= H \end{aligned}$$

f.t. 準同型定理より

$$G/H \cong \mathbb{R}$$