

2.8.2

$$(G:H)=2 \quad \text{すなわち}$$

$$\exists a \in G \quad a \notin H, \quad G/H = \{H, aH\}$$

すなわち

$$g \in aH \quad , \quad h \in H \quad \text{すなわち}$$

$$g \in aH \quad (1) \quad g = ah' \quad (h' \in H) \quad \text{と仮定する}$$

$$ghg^{-1} = ah'h^{-1}a^{-1}$$

$$= ah''a^{-1}$$

$$\because h'' = h'h^{-1} \in H$$

すなわち

$$ghg^{-1} \notin H \quad \text{すなわち}$$

$$ghg^{-1} \in aH \quad \text{すなわち}$$

$$\exists h''' \in H \quad ah''' = ah''a^{-1}$$

$$h''' = h''a^{-1}$$

$$h'' = ah'''$$

すなわち

$$h'' \in H \quad \text{すなわち}$$

$$h'' \in aH \quad \text{すなわち}$$

(47)

$$H \cap aH = \emptyset \quad \text{すなわち}$$

$$H \cap aH \neq \emptyset \quad \text{すなわち}$$

すなわち

$$H \cap aH \neq \emptyset \quad \text{すなわち}$$

$$ghg^{-1} \in H \quad \text{すなわち}$$

すなわち

$$\forall g \in aH, \forall h \in H, \quad ghg^{-1} \in H \quad \text{すなわち}$$

$$ghg^{-1} \in H \quad \text{すなわち}$$

$$\forall g \in aH, \forall h \in H, \quad ghg^{-1} \in H$$

$$\Leftrightarrow \forall g \in G, \forall h \in H, \quad ghg^{-1} \in H \quad \text{すなわち}$$

$$H \triangleleft G \quad \text{すなわち}$$

(51)

$$a \in H$$

$$aH = H = Ha$$

すなわち

$$a \in H \Leftrightarrow aH = H \Leftrightarrow Ha = H$$

すなわち命題が成り立つ (証明 1723)

(52) $a \notin H$ すなわち

$$aH \neq H, \quad Ha \neq H \quad \text{すなわち}$$

$$G/H = \{H, aH\}$$

$$aH = Ha \quad \text{すなわち}$$