

4.6.6

$$x^{-1} = x^{12}, \quad y^{-1} = y^2, \quad yx = x^3y \quad \text{この条件から}$$

G の元は $x^i y^j$ ($i = 0, 1, \dots, 12, j = 0, 1, 2$) と表すことができる。

$$\text{よって} \quad |G| \leq 39$$

$$\sigma, \tau \in G \quad \sigma = (12 \dots 13).$$

$$\tau = (2410)(376)(51311)(8912) \quad \text{このとき}$$

$$\sigma^{13} = \tau^3 = 1.$$

$$\sigma \tau \sigma^{-1} = (14710133691225811)$$

$$= \sigma^3 \quad \text{となる。}$$

よって $\rho: G \rightarrow \langle \sigma, \tau \rangle$ となる単射準同型写像 ρ が存在。

σ, τ の位数はそれぞれ 13, 3 となるので $|G| \leq 39$

$$(\tau \text{ のとき}) \quad |G| = 39.$$

補足 $P(14)$ 例題 4.6.7 のように G を考えて $\sigma, \tau \in G$ とし

この $\langle G \rangle$ の剰余類を考えた、この剰余類で考えたから

置換表現 ρ が $\rho: G \rightarrow S_n$ となる

この n の元位数は n であるから $|G| \leq 39$ となる。

よって 剰余類 の数 n に対して n は 13 に等しい。