

2.6.2

(i) 反射律について.

$G$  は群

よって

$a \in G$  とする.

単位元  $e \in G$  となる

$$a = eae^{-1} \text{ とわかる.}$$

$$a \sim a$$

(ii) 対称律について.

$a, b \in G$  について

$a \sim b$  とする.

$\exists g \in G, a = gb g^{-1}$  が成り立つ。この式に左から  $g^{-1}$ , 右から  $g$  をかけると

$$b = g^{-1}a(g^{-1})^{-1}$$

よって

$$a \sim b \Rightarrow b \sim a$$

(iii) 推移律に於て  $a, b, c \in G$  なる  $a \sim b, b \sim c$  なる  
 $\exists g \in G, a = gb g^{-1}, \quad \exists h \in G, b = hch^{-1}$

$$\begin{aligned} & \text{さて} \\ & a = g(hch^{-1})g^{-1} \end{aligned}$$

$$G \text{ は群なので,} \quad = (gh)c(hg)^{-1}$$

$$gh \in G \text{ なるので.} \quad a \sim c$$

よて

$$a \sim b, b \sim c \Rightarrow a \sim c$$

(i)  $\wedge$  (iii) により

$\sim$  は同値関係となる。